

Übungsblatt 4: Die Eigenwerte und Erwartungswerte

Aufgabe 1:

i) Eigenfunktionen:

Prüfen Sie ob die gegebene Wellenfunktion Ψ_1 eine Eigenfunktion des Ortsoperators \hat{x} , Impulsoperators \hat{p} und des kinetischen Energie Operators \hat{E}_{kin} ist (N ist hier eine Normierungskonstante und hängt nicht von x ab).

ii) Normieren:

Bestimmen Sie die gegebene Normierungskonstante N von Ψ_2 so, dass $\int_0^\infty \Psi_2^*(x) \cdot \Psi_2(x) = 1$ gilt (Das bedeutet die Aufenthaltswahrscheinlichkeit, das Elektron irgendwo zu finden ist 100 %). Tipp: verwenden Sie den Hinweis

iii) Erwartungswert:

Bestimmen Sie den Erwartungswert $\langle \hat{E}_{kin} \rangle$ der Wellenfunktion $\Psi_2(x)$.

$$\Psi_1(x) = x \cdot e^{\ln(x)} \quad (1)$$

$$\Psi_2(x) = N \cdot x \cdot e^{-\frac{x}{2}}, \quad x \geq 0 \quad (2)$$

$$\hat{x} = x \qquad \hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \qquad \hat{E}_{kin} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (3)$$

$$\text{Hinweis :} \qquad \int_0^\infty x^n \cdot e^{-x} dx = n!$$